

LO QUE DICEN TUS COLEGAS DE PROFESIÓN...

Yo no me había dado cuenta de cuántos estudiantes actuaban como si estuvieran entendiendo, o conectados, o trabajando hasta que no he visto día tras día qué es tener el 90 % del tiempo al 90 % del alumnado realmente haciendo matemáticas. Trabajo con futuros maestros y uno de mis grandes retos es mejorar su relación con la matemática. La propuesta de Peter me permite, al tiempo que trabajar los contenidos en profundidad, fomentar su competencia comunicativa, hacer de la clase un entorno seguro y sin miedo al error que, sin duda, ha aumentado su persistencia en la tarea. Me gusta también hacerles reflexionar sobre estas cuestiones con la esperanza de que, en el futuro, ellos también fomenten aulas donde pensar.

Belen Palop

Profesora, Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España

Diseñando aulas para pensar en matemáticas maneja ideas profundas, al mismo tiempo que presenta buenos consejos prácticos. Por eso me parece de interés tanto para investigadores en didáctica como para maestros y profesores. Los capítulos están organizados de manera que hasta puede resultar útil a modo de manual. Además, tiene muchos ejemplos ilustrativos de las ideas que presenta, así como problemas de matemática interesantes por sí mismos. Es bueno tenerlo a mano.

Mariana Haim Vázquez

Profesora, Centro de Matemáticas, Universidad de la República,
Montevideo, Uruguay.

Comenzamos a utilizar *Diseñando aulas para pensar en matemáticas* en la universidad hace dos cursos, con futuros docentes de Primaria y Secundaria. Gran parte del alumnado que llega al grado de Maestro de Primaria arrastra historias de frustración, ansiedad y bloqueo respecto a las matemáticas. En las encuestas y en las reuniones de coordinación, el alumnado afirma que, gracias a las aulas para pensar, se siente más capaz en matemáticas, y reconstruye su autoconcepto matemático, supera bloqueos y disminuye su ansiedad cuando el problema no le sale a la primera; de hecho han pedido que se utilice en otras materias. Con el alumnado del máster de profesorado de matemáticas, cuya situación afectiva es bien distinta, el mayor efecto de las aulas para pensar ha sido mejorar su flexibilidad y pensar en cómo resolver problemas con diferentes métodos, no necesariamente formales, e interpretar las producciones de otros y otras. Globalmente, nuestra experiencia no puede ser más positiva.

Luis J. Rodríguez Muñiz

Catedrático de Didáctica de la Matemática, Universidad de Oviedo, Asturias, España.

Tras más de diez años trabajando con el Aprendizaje a través de la Resolución de Problemas, implementar los cambios que propone Peter en su *Diseñando aulas para pensar en matemáticas* ha dado a mis alumnas y alumnos el empuje definitivo para desarrollar todo su potencial como *pensadores en matemáticas*. Estas propuestas, expuestas de manera sencilla y entusiasta, nos permiten crear un entorno de investigación para que nuestros estudiantes descubran las *grandes ideas matemáticas*.

Gregorio Morales

Profesor de Matemáticas de Secundaria, Comunidad Valenciana, España

Recuerdo leer este libro en la playa, en verano. Hacía mucho calor, la sombrilla me protegía del sol y de vez en cuando me refrescaba con un chapuzón. Se suponía que estaba descansando, pero si con aquella lectura pretendía desconectar del trabajo de profesor estaba muy equivocado, porque más bien sucedió todo lo contrario. Pocas veces he de-

seado tanto volver al aula como aquel verano, emocionado e inspirado por tanta calidad de ideas y por tanta motivación. Hoy puedo decir que hubo un antes y un después de aquella lectura. Cuando empezó el curso puse a prueba sus consejos y comprobé que, con habilidad y paciencia, efectivamente se consigue generar un ambiente de resolución de problemas muy propicio para el aprendizaje de las matemáticas. Hay muchos libros imprescindibles en didáctica de las matemáticas, en mi opinión este es uno de ellos.

Xavi Roca

Profesor de Matemáticas de Secundaria, Cataluña, España

Según el filósofo Francis Bacon, «Algunos libros son para probarlos, otros para tragarlos y algunos pocos para ser masticados y digeridos». *Diseñando aulas para pensar en matemáticas* es uno de esos libros que puede ser servido como aperitivo en conversaciones con colegas sobre la enseñanza de las matemáticas, como primer plato en la formación de futuros docentes, como plato principal para promover la reflexión personal y desafiar las prácticas de los docentes más experimentados, y como postre para endulzar a todo el cuerpo estudiantil, porque hacer matemáticas debe ser una actividad para todos, y así lo decía el educador uruguayo José Pedro Varela: «La educación, como la luz del sol, puede y debe llegar a todos».

Greisy Winicki Landman

Profesora, Universidad Politécnica Estatal de California –
Pomona, EE. UU.

El libro no te deja indiferente. Su lectura te guía hacia un aula donde la participación, la exploración, el razonamiento, la discusión y la confianza en los propios logros son los ejes vertebrales de las dinámicas de trabajo del alumnado. A través de sus páginas, te adentras en aulas que se centran en el pensamiento con ejemplos concretos, siempre basados en evidencias. Inspirador y motivador a partes iguales, tanto para el alumnado como para el profesorado.

Núria Serra

Profesora de Matemáticas de Secundaria, Cataluña, España

Desde mi punto de vista, Peter acierta en este libro en dos aspectos claves. Por un lado, ayuda a poner, en palabras y gráficos sencillos y claros, ideas que fundamentan el cambio que buscamos en las aulas de matemáticas. Es contundente con una idea clave con la que no puedo estar más de acuerdo: si los alumnos no piensan, no aprenden. Por otro lado, no se queda en la disertación, sino que concreta acciones que debe hacer un profesor para transformar su aula. Esto es muy potente porque es accionable y porque llega al nivel de detalle a la hora de definir cómo debe ser la gestión del aula poco habitual, y es muy necesario, especialmente en secundaria.

Y, como todo texto que valga la pena leer, invita a la reflexión y a seguir profundizando: ¿Realmente es posible, teniendo en cuenta la complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, dar una lista cerrada de acciones y pasos a seguir? ¿Qué adaptaciones son necesarias según el contexto (tanto a nivel de país como de aula), el perfil y los conocimientos del profesorado y las experiencias previas del alumnado? ¿No hay matices a tener en cuenta en la gestión según la actividad, ya sea para construir conocimiento matemático o para adquirir fluidez con un procedimiento?

Blanca Souto

Especialista didáctica y profesora de matemáticas, Innovamat, España

La obra de Peter Liljedahl, *Diseñando aulas para pensar en matemáticas*, ha provocado un gran interés entre el profesorado de secundaria que conforma el grupo de trabajo de resolución de problemas de la asociación ABEAM. Los cambios metodológicos que plan-

tea, la distribución del aula, la agrupación del alumnado, la gestión de las actividades por parte del docente, etc., están diseñadas para crear un ambiente donde las clases de matemáticas se basen en la resolución de problemas con una participación activa de todo el alumnado. Justo aquello en lo que todos creemos. Su lectura invita a plantearse qué tipo de actividades ofrecemos en nuestro día a día para que nuestras chicas y nuestros chicos vayan construyendo conocimiento matemático. Serán propuestas inclusivas, de techo bajo, suelo alto y paredes anchas; abiertas ya sea en su proceso de resolución o en la respuesta misma y, sobre todo, que creen conflicto cognitivo con la consecuente aparición de la comunicación entre iguales para compartir conocimiento y elaborarlo de forma colaborativa. El cambio en las clases resulta significativo. Os invito a disfrutarlo.

Manel Martínez

Miembro del Centro de Recursos para Enseñar y Aprender Matemáticas (CREMAT),
Cataluña, España

A partir de una articulación entre investigación y práctica en el aula, Peter nos presenta un enfoque que nos permite vislumbrar un viaje hacia un espacio de práctica profesional del profesor que, junto con su conocimiento profesional especializado, abre puertas para (re)organizar nuestra práctica permitiendo discusiones matemáticamente ricas e intelectualmente productivas.

Miguel Ribeiro

Profesor, Universidad Estatal de Campinas (UNICAMP), São Paulo, Brasil

Aunque el tópico que relaciona las matemáticas con aprender a pensar, ayudar a estructurar la mente y resolver problemas es muy antiguo, los trabajos que proponen ideas valiosas para avanzar en estos temas son muy pocos. A los escritos de Pólya, Schoenfeld, Mason o Abrantes, hay que añadir, sin duda, el libro de Peter Liljedahl. El autor ofrece un enfoque renovador para transformar el aprendizaje matemático a través de un pensamiento matemático activo, el uso de tareas ricas, la organización en grupos aleatorios, las pizarras verticales, la autonomía del alumno, la retroalimentación y, en definitiva, un nuevo papel del profesor. Sin duda, un libro que ofrece propuestas innovadoras para crear un aula donde el alumnado aprenda a pensar y que se fija en numerosos detalles que hasta ahora no se habían tenido en cuenta. Una única discrepancia: la contraposición entre problemas curriculares y problemas ricos que hace el autor deja de lado que hay varias propuestas curriculares que incluyen las actividades ricas como el centro del aprendizaje de las matemáticas.

Jordi Deulofeu

Profesor, Universitat Autònoma de Barcelona, Cataluña, España

Diseñando aulas para pensar en matemáticas es un libro con un objetivo claro: conseguir que los alumnos piensen en clase de matemáticas. Son destacables, entre otras, sus aportaciones sobre los agrupamientos visiblemente aleatorios, el uso de preguntas para mantener la actividad matemática y la participación de todos los alumnos para construir conocimiento matemático. La experiencia me ha demostrado que esta metodología produce efectos positivos en el aprendizaje de las matemáticas, sobre todo en los aspectos más relacionados con el autoconcepto y con lo que significa «hacer» matemáticas. Por primera vez algunos alumnos me han pedido, por favor, que revise su hoja de notas posterior al trabajo en el aula porque «se sienten orgullosos». Además, a menudo algunos pedían volver a hacer «problemas en las pizarras». Por todo ello, animo a todos los compañeros a leer detenidamente el libro y a llevar a cabo algunas sesiones de las «clases para pensar».

Daniel Ruiz Aguilera

Profesor, Universitat de les Illes Balears, Islas Baleares, España

Como maestra de infantil y profesora de la universidad del grado de Educación Infantil, puedo afirmar que *Diseñando aulas para pensar en matemáticas*, de Peter Liljedahl, ha transformado mi enfoque pedagógico. Este libro ha sido una herramienta invaluable para desarrollar aulas que fomenten el pensamiento crítico desde una edad temprana. Implementar sus estrategias innovadoras, como el uso de tareas ricas en problemas y la creación de un entorno de aprendizaje colaborativo, ha permitido que mis estudiantes se conviertan en pensadores activos y creativos. Las técnicas de Liljedahl para promover la participación y el pensamiento independiente han sido particularmente efectivas en mis clases universitarias, donde futuros maestros aprenden a crear entornos de aprendizaje dinámicos y estimulantes para los alumnos de infantil. Su enfoque práctico y basado en la investigación ofrece una nueva perspectiva sobre cómo transformar la enseñanza y el aprendizaje en el aula, impactando positivamente tanto a estudiantes como a educadores.

Judith Fábrega

Profesora, Universitat Autònoma de Barcelona. Especialista didáctica y maestra, Innovamat, Cataluña, España

Peter Liljedahl ha logrado abordar un problema común en las escuelas de Estados Unidos y América Latina: la falta de oportunidades para que los estudiantes investiguen, discutan y contrasten ideas matemáticas. En su libro, destaca 14 ideas fundamentales sobre la educación matemática, centrándose en la gestión en el aula. Estas ideas incluyen la implementación de tareas desafiantes, la organización física del aula, el uso de diferentes tipos de preguntas, la atención a la diversidad y la evaluación, con el objetivo de fomentar la construcción del conocimiento matemático por parte de los estudiantes. Este es un valioso libro, ya que brinda a los docentes herramientas fundamentadas para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Dinko Mitrovich

Profesor y asesor matemático didáctico, Innovamat, Latam

Dos son los cambios principales que, desde mi punto de vista, ha supuesto *Diseñando aulas para pensar en matemáticas* en el alumnado: el primero es interés —incluso diría disfrute— en levantarse, estirar las piernas y resolver problemas que *a priori* no saben si sabrán resolver o no; el segundo es la disipación de la ansiedad a la hora de ser evaluados: pueden volver a demostrar lo que saben en cualquier momento y al poco tiempo de empezar a trabajar con pizarras y problemas con extensiones, olvidan aquellos decimales con los que se puntuaba un determinado ejercicio de un examen que suponía un porcentaje en tal media ponderada de cierta evaluación. En definitiva, hacer problemas, comunicar el aprendizaje y no temer al error. Ni tan mal.

Lola Morales

Profesora de Matemáticas de Secundaria, Madrid, España

Este libro propone una reestructuración de las dinámicas de resolución de problemas desde Educación Infantil. Basándose en las evidencias educativas, el libro detalla una colección de prácticas en el aula que animan al alumnado a pensar de forma crítica y a resolver problemas. Peter Liljedahl promueve el uso de problemas ricos que estimulen el debate, motiven la colaboración y fomenten la aplicación de los procesos matemáticos en contextos variados. Siguiendo las teorías de las experiencias de flujo de Csíkszentmihályi, invita al profesorado a generar ayudas y extensiones a los retos que permitan enriquecer la experiencia de resolver problemas.

Juan Miguel Ribera Puchades

Profesor, Universitat de les Illes Balears, Baleares, España

DISEÑANDO AULAS PARA PENSAR en MATEMÁTICAS

Primaria y secundaria

Para todos los profesores que han tenido el coraje de cambiar.

DISEÑANDO AULAS PARA PENSAR *en* MATEMÁTICAS

14 prácticas docentes para mejorar el aprendizaje

Primaria y secundaria

Peter Liljedahl

**Prólogo a la edición en español de
Cecilia Calvo, Laura Morera y Albert Vilalta**

Prólogo de Tracy Johnston Zager

Ilustraciones de Laura Wheeler



Con la colaboración de



Innovamat

Título original en inglés: *Building Thinking Classrooms in Mathematics. Grades K-12.
14 teaching practices enhancing learning*
Corwin Press Inc. A Sage Company
www.corwin.com
Copyrights © 2020 by Corwin Press, Inc.

© De la traducción: Cristopher Morales Bonilla
De la corrección: Moelmo SCP

Derechos reservados para todas las ediciones en castellano

© NED Ediciones, 2024
Primera edición: octubre de 2024

Preimpresión: Moelmo SCP
www.moelmo.com

ISBN: 978-84-19407-51-1
Depósito Legal: B 15786-2024

Impreso en Sagrafic
Printed in Spain

La reproducción total o parcial de esta obra sin el consentimiento expreso de los titulares
del copyrights está prohibida al amparo de la legislación vigente.

NED Ediciones
www.nedediciones.com
La presente edición cuenta con la colaboración de Innovamat
www.innovamat.com

ÍNDICE

Prólogo a la edición en español de Cecilia Calvo, Laura Morera
y Albert Vilalta

xix

Prólogo de Tracy Johnston Zager

xxiii

Agradecimientos

xxvii

Sobre el autor

xxix

Introducción

1

Los estudiantes *no piensan*

7

Normas institucionales

11

Hacia un aula para pensar

12

Cómo leer este libro

16

CAPÍTULO 1: TIPOS DE TAREAS QUE USAMOS EN UN AULA PARA PENSAR

18

La cuestión principal

19

El problema

24

Hacia un aula para pensar

25

Preguntas frecuentes

30

Resumen

35

Movimiento macro

35

Movimientos micro

35

Cuestiones en las que pensar

36

Intenta hacer esto

37



CAPÍTULO 2: CÓMO FORMAMOS GRUPOS COLABORATIVOS EN UN AULA PARA PENSAR

38

La cuestión principal

39

El problema

40

Hacia un aula para pensar

43

Disposición a colaborar

46

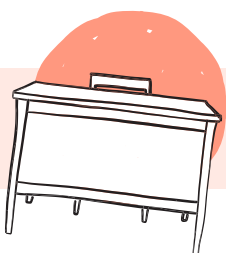


Eliminación de barreras sociales	46
Mayor movilidad del conocimiento	47
Mayor entusiasmo por el aprendizaje de las matemáticas	48
Reducción del estrés social	48
Preguntas frecuentes	49
Resumen	54
Movimiento macro	54
Movimientos micro	54
Cuestiones en las que pensar	55
Intenta hacer esto	55



CAPÍTULO 3: DÓNDE TRABAJAN LOS ALUMNOS EN UN AULA PARA PENSAR 56

La cuestión principal	57
El problema	57
Hacia un aula para pensar	58
Preguntas frecuentes	64
Resumen	67
Movimiento macro	67
Movimientos micro	67
Cuestiones en las que pensar	67
Intenta hacer esto	68



CAPÍTULO 4: CÓMO DISPONEMOS EL MOBILIARIO EN UN AULA PARA PENSAR 70

La cuestión principal	71
El problema	71
Hacia un aula para pensar	72
Preguntas frecuentes	77
Resumen	79
Movimiento macro	79
Movimientos micro	79
Cuestiones en las que pensar	79
Intenta hacer esto	80

CAPÍTULO 5: CÓMO RESPONDEMOS A LAS PREGUNTAS EN LAS AULAS PARA PENSAR

82



La cuestión principal	83
El problema	83
Preguntas de proximidad	84
Preguntas para dejar de pensar	87
Preguntas para seguir pensando	87
Hacia un aula para pensar	88
Preguntas frecuentes	91
Resumen	95
Movimiento macro	95
Movimientos micro	95
Cuestiones en las que pensar	96
Intenta hacer esto	96

CAPÍTULO 6: CUÁNDO, DÓNDE Y CÓMO SE ENTREGAN LAS TAREAS EN UN AULA PARA PENSAR

98



La cuestión principal	99
El problema	99
Hacia un aula para pensar	101
Cuándo entregar la tarea	101
Dónde entregar la tarea	103
Cómo entregar la tarea	104
Preguntas frecuentes	111
Resumen	115
Movimientos macro	115
Movimientos micro	115
Cuestiones en las que pensar	115
Intenta hacer esto	116

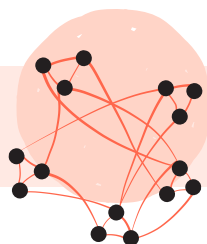
CAPÍTULO 7: QUÉ ASPECTO TIENEN LOS DEBERES EN UN AULA PARA PENSAR

118



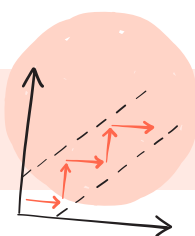
La cuestión principal	119
El problema	119
No hacerlos	120
Copiarlos	120
Pedir ayuda	122
Intentar hacerlos por su cuenta	122

Hacia un aula para pensar	124
Preguntas frecuentes	127
Resumen	130
Movimiento macro	130
Movimientos micro	130
Cuestiones en las que pensar	130
Intenta hacer esto	131



CAPÍTULO 8: (¿CÓMO FOMENTAMOS LA AUTONOMÍA DE LOS ESTUDIANTES EN UN AULA PARA PENSAR) 132

La cuestión principal	133
El problema	134
Hacia un aula para pensar	134
Preguntas frecuentes	139
Resumen	141
Movimiento macro	141
Movimientos micro	141
Cuestiones en las que pensar	142
Intenta hacer esto	142

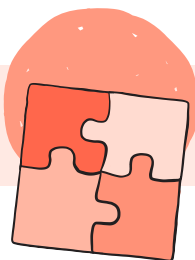


CAPÍTULO 9: (¿CÓMO USAMOS PISTAS Y AMPLIACIONES EN UN AULA PARA PENSAR) 144

La cuestión principal	145
El problema	145
Hacia un aula para pensar	146
Utilizar las ampliaciones para mantener el flujo de trabajo en el aula	148
Utilizar pistas para mantener el flujo de trabajo	156
Cambiar el nivel de complejidad de la tarea para mantener el flujo de trabajo	158
Preguntas frecuentes	160
Resumen	166
Movimiento macro	166
Movimientos micro	166
Cuestiones en las que pensar	167
Intenta hacer esto	168

CAPÍTULO 10: ¿CÓMO CONSOLIDAR UNA LECCIÓN EN UN AULA PARA PENSAR

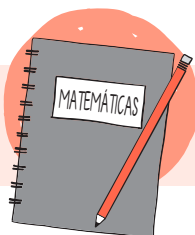
170



La cuestión principal	171
El problema	171
Hacia un aula para pensar	172
Preguntas frecuentes	179
Resumen	183
Movimiento macro	183
Movimientos micro	183
Cuestiones en las que pensar	183
Intenta hacer esto	184

CAPÍTULO 11: ¿CÓMO TOMAN APUNTES LOS ALUMNOS EN UN AULA PARA PENSAR

186



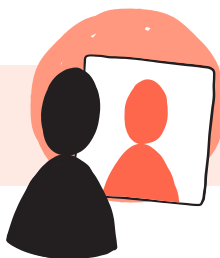
La cuestión principal	187
El problema	187
Hacia un aula para pensar	193
Preguntas frecuentes	201
Resumen	205
Movimiento macro	205
Movimientos micro	205
Cuestiones en las que pensar	205
Intenta hacer esto	206

CAPÍTULO 12: ¿QUÉ ELEGIMOS EVALUAR EN UN AULA PARA PENSAR

208



La cuestión principal	209
El problema	210
Hacia un aula para pensar	211
El enfoque basado en la rúbrica	211
Creación de la rúbrica	219
Utilización de la rúbrica	221
Preguntas frecuentes	222
Resumen	226
Movimiento macro	226
Movimientos micro	226
Cuestiones en las que pensar	226
Intenta hacer esto	227



CAPÍTULO 13: ¿CÓMO USAMOS LA EVALUACIÓN FORMATIVA EN UN AULA PARA PENSAR

230

La cuestión principal	231
El problema	232
Hacia un aula para pensar	234
Preguntas frecuentes	242
Resumen	250
Movimiento macro	250
Movimientos micro	250
Cuestiones en las que pensar	250
Intenta hacer esto	251

B+

CAPÍTULO 14: ¿CÓMO CALIFICAMOS EN UN AULA PARA PENSAR

252

La cuestión principal	253
El problema	254
El paradigma de la obtención de puntos	254
El paradigma de la recogida de datos	258
Hacia un aula para pensar	259
Crear una calificación	262
Preguntas frecuentes	267
Resumen	277
Movimiento macro	277
Movimientos micro	277
Cuestiones en las que pensar	277
Intenta hacer esto	278



CAPÍTULO 15: RECOPILAR LAS 14 PRÁCTICAS DOCENTES PARA DISEÑAR UN AULA PARA PENSAR

279

La investigación	280
Diseñar un aula para pensar	281
Caja de herramientas n.º 1	283
Caja de herramientas n.º 2	284
Caja de herramientas n.º 3	285
Caja de herramientas n.º 4	287
Transferir la sinergia colectiva al saber y hacer individuales	288

Rediseñar un aula para pensar	293
Caja de herramientas n.º 1	295
Caja de herramientas n.º 2	296
El bosque a través de los árboles	296
Preguntas frecuentes	297
Cuestiones en las que pensar	299
Bibliografía	300
Índice	303

PRÓLOGO A LA EDICIÓN EN ESPAÑOL

Empecemos con una confesión: nos gusta pensar y hablar de matemáticas, de educación matemática. Es fácil encontrarnos discutiendo animadamente un problema, una lectura o un material didáctico y sus posibilidades en el aula. Sigamos con otra confesión: cuanto más recursos exploramos, más difícil nos resulta —estadísticamente hablando— encontrar ideas frescas, novedosas, propuestas que nos motiven y que sean recomendables. Sin embargo, siempre terminamos encontrando tesoros como *Diseñando aulas para pensar en matemáticas*. En este caso, un tesoro que está transformando la educación matemática en miles de aulas en todo el mundo. De hecho, ya se considera un *best seller* internacional, con múltiples traducciones (al alemán, al holandés, al francés, al sueco, al danés o al noruego, entre otros idiomas) que lo demuestran. Pero todavía no existía en español. Hasta ahora. ¡Y ya era hora!

El libro que tenéis en vuestras manos, su título no engaña, busca fomentar aulas de matemáticas donde los alumnos piensen. Aulas donde se fomente la resolución de problemas, los razonamientos y las deducciones. Aulas rebosantes de conexiones, donde la conversación y las representaciones matemáticas permitan aprender el contenido. Aulas relevantes que les importen a nuestros alumnos.

Diseñando aulas para pensar en matemáticas es una rareza, porque gusta tanto a investigadores como a docentes de todas las etapas, tanto a maestros experimentados como al profesorado novel. Es de aquellos libros multiusos, que sirve tanto para fomentar la reflexión didáctica en un club de lectura como de manual de consulta para aquel docente que quiere transformar su aula. Hemos visto —¡y vivido!— cómo el texto propiciaba la discusión en redes sociales y promovía una reconfortante sensación de comunidad, con decenas de grupos virtuales en varios idiomas dedicados a discutir sobre él, cómo servía de inspiración para talleres en jornadas de educación matemática, como nutría nuestra práctica docente y el desarrollo de recursos curriculares, y cómo sus problemas animaban nuestras sobremesas. *Diseñando aulas para pensar en matemáticas* es, ante todo, un libro vivo.

La visión que defiende Peter Liljedahl, compañero de consolidada trayectoria, coincide con las ideas de muchos otros autores que nos han influencia-

do. Por ejemplo, encontramos claros paralelismos entre sus ideas sobre cómo el diseño de la tarea puede aumentar las posibilidades de que todos los estudiantes empiecen a pensar y el marco de «tareas de suelo bajo y techo alto» desarrollado por el proyecto NRICH, de la Universidad de Cambridge. Otro ejemplo muy evidente lo encontramos en el foco que pone Liljedahl en el ambiente de resolución de problemas como motor de la motivación para un aprendizaje competencial. Como decía Newton, caminamos a hombros de gigantes: desde Pólya, ya en los años cuarenta del siglo xx, hasta muchos de nuestros compañeros y referentes más cercanos, todos abogan por poner la resolución de problemas en el centro. En palabras del propio Liljedahl, «la resolución de problemas es lo que hacemos cuando no sabemos qué hacer». Así de simple. Y, a la vez, tan complejo de enseñar y de aprender. No se nos ocurre una competencia matemática más importante para desarrollar en nuestro alumnado: si aprenden a pensar para resolver problemas, van a ser personas competentes, mejor preparadas ante lo imprevisible. Además, en un ambiente de resolución de problemas, a través de las técnicas de gestión que describe y ejemplifica el autor, se pueden crear oportunidades idóneas para desarrollar el resto de los procesos matemáticos (es decir, razonamiento y argumentación, conexiones, y comunicación y representación), con atención a la diversidad en busca de la equidad. Nos sentimos alineados con esta manera de entender las matemáticas que va más allá de los contenidos, sin que estos pierdan rigor, y apuesta por desarrollar también habilidades y procesos que estructuren y den sentido a dichos contenidos.

Hablamos de la gestión, precisamente otro de los puntos fuertes de *Diseñando aulas para pensar en matemáticas*. El libro propone diferentes estrategias de gestión de aula innovadoras, diseñadas para combatir la rigidez de una clase tradicional y fomentar la participación del alumnado. Para aquellos maestros que, como nosotros, tienden a gestionar la mayor parte de la sesión alrededor de la conversación guiada, las propuestas del libro son de lo más interesantes: en él encontramos desde ideas sobre cómo formar grupos para fomentar la motivación y la autonomía hasta ideas para distribuir el mobiliario del aula, pasando por propuestas tan específicas como el rol que debe tener el rotulador en la resolución de tareas matemáticas en grupo.

Otro aspecto del libro que no pasa desapercibido es la excelente selección de problemas con las que Liljedahl ejemplifica sus capítulos —pensamos en el problema del recaudador de impuestos o el de la cadena de oro, por citar dos ejemplos geniales—. Son problemas que nos han intrigado mientras los discutíamos, problemas que todos quisiéramos llevar mañana mismo a nuestras aulas. A su vez, y precisamente para defender su importancia, creemos que conviene reflexionar sobre el hecho de clasificar las tareas que no muestran una conexión evidente con los contenidos que tradicionalmente se tratan en la escuela como «no curriculares». Esta clasificación puede llevar a algunos lectores a pasar por alto la relevancia de dichas tareas en el desarro-

llo de los procesos matemáticos. Afortunadamente, cada vez más currículos definen los procesos o la competencia matemática como objetivos de aprendizaje al mismo nivel que los contenidos y, por lo tanto, abren la puerta a considerar estas tareas como «curriculares».

Además de elegir y proponer muy buenos problemas, Liljedahl tiene la virtud de bautizar con acierto muchos de los comportamientos que ocurren en el aula de matemáticas. He aquí una de las claves por las que este libro es tan bueno a la hora de fomentar la reflexión y la discusión entre docentes e investigadores: poner nombre a las cosas ayuda a hablar y teorizar sobre ellas. Por ejemplo, cuando habla de «imitación» describe un fenómeno que todos hemos visto en el aula: alumnos que se limitan a repetir o imitar lo que decimos y escribimos en la pizarra. Leyendo este libro descubriréis también qué son las llamadas «preguntas para dejar de pensar» y por qué conviene ignorarlas en el aula, o los peligros que tiene evaluar desde un «paradigma de la obtención de puntos», entre muchas otras ideas. Es destacable cómo el libro logra introducir tantos conceptos con rigurosidad académica y, a la vez, mantener un tono divulgativo y práctico, cómo logra reducir la brecha entre la investigación y lo que ocurre en el aula. Aquí también es de justicia recordar que las geniales ilustraciones y esquemas de Laura Wheeler facilitan la ingesta y posterior digestión del texto. Y para aquellos lectores ávidos de marco teórico y bibliografía, la lista de referencias —y su versión extendida, disponible en su página web— fundamenta gran parte de las afirmaciones realizadas en el libro, que sobre todo se nutre de la propia investigación del autor sobre el terreno. Esta combinación asegura que tanto los docentes que buscan inspiración y ejemplos prácticos como aquellos que requieren marco teórico y evidencias sólidas para basar sus investigaciones encuentren valiosa esta obra.

En conclusión, *Diseñando aulas para pensar en matemáticas* es una lectura imprescindible para cualquier docente de matemáticas que desee innovar en su práctica y mejorar la experiencia de aprendizaje de sus estudiantes; una oportunidad de formación continua, una oportunidad para reflexionar sobre lo que está ocurriendo hoy en nuestras aulas e incluso una oportunidad para atreverse a introducir técnicas o actividades nuevas poco a poco. Nos sentimos profundamente agradecidos por la invitación para presentar y compartir esta obra con la comunidad hispanohablante, y esperamos que inspire a muchos otros docentes de matemáticas a unirse a este viaje de transformación educativa. Será muy satisfactorio y alentador ver que todos estamos en el mismo barco, un barco que navega hacia aulas con alumnos que piensan.

Cecilia Calvo, Laura Morera y Albert Vilalta

Profesores de Matemáticas y formadores de docentes de Matemáticas
de primaria y secundaria, Cataluña, España

Tabla de equivalencias con la nomenclatura de los cursos en España y en US

Infantil	3 años	4 años	5 años
España	Infantil 3	Infantil 4	Infantil 5
US	Preschool	Preschool*	Kindergarten

* PreK - Transitional Kindergarten

Primaria	6 años	7 años	8 años	9 años	10 años	11 años
España	1.º Primaria	2.º Primaria	3.º Primaria	4.º Primaria	5.º Primaria	6.º Primaria
US	1st Grade	2nd Grade	3rd Grade	4th Grade	5th Grade	6th Grade

Secundaria	12 años	13 años	14 años	15 años
España	1.º ESO	2.º ESO	3.º ESO	4.º ESO
US	7th Grade	8th Grade	9th Grade	10th Grade

Bachillerato	16 años	17 años
España	1.º Bachillerato	2.º Bachillerato
US	11th Grade	12th Grade

PRÓLOGO

«La investigación dice...»

En el mundo de la educación, esta frase suele ir seguida de afirmaciones sobre lo que funciona en la enseñanza y el aprendizaje. A menudo, me encuentro respondiendo con preguntas aclaratorias:

«¿Qué entiende usted por *investigación*? ¿Cómo se diseñó el estudio?»

«¿Cómo se definió el *éxito*? ¿Éxito para quién y en qué condiciones?»

«¿Qué entiende por *eficaz*? ¿Cómo se *midió* la eficacia en este estudio de investigación que cita?»

A veces, las respuestas son decepcionantes. Por ejemplo, rara vez estoy convencido de que debamos cambiar las prácticas de enseñanza basándome en estudios que utilizan una única medida del éxito, como los resultados de los exámenes estandarizados anualmente, y que se llevaron a cabo sin que los investigadores pusieran un pie en las aulas en cuestión para ver qué ocurría realmente. Otras veces, la investigación me cautiva y me informa, si esa investigación incluye un estudio serio y riguroso de la enseñanza, el aprendizaje y el pensamiento de los alumnos.

El trabajo de Peter Liljedahl pertenece al segundo tipo de investigación, la investigación que no me canso de leer. En mi lectura de la obra de Liljedahl, *investigar* significa explorar cuestiones importantes, y comprobables con más de cuatrocientos profesores y miles de alumnos a lo largo de 15 años. *Éxito* significa conseguir que más estudiantes piensen dentro de una clase de matemáticas y lo hagan durante más tiempo. La palabra *eficaz* describe aquí las decisiones y prácticas docentes que crean las condiciones para que los estudiantes piensen. Y los resultados se *miden* observando lo que hacen los estudiantes: ¿cuántos segundos tardan los alumnos en ponerse a trabajar? ¿Cuánto tiempo perseveran? ¿Cómo de comprometidos están? ¿Con qué frecuencia sacan sus teléfonos para distraerse? ¿Quién participa? ¿Cuánto hablan los alumnos? ¿Qué cantidad de conocimientos matemáticos pasan de un grupo a otro?

Liljedahl es un estudioso de los alumnos. Valorándolos, observándolos y entrevistándolos, ha reunido una cantidad de información increíblemente útil sobre una de las cuestiones más escurridizas de la educación: *¿Qué es lo que funciona?* Por ejemplo, ¿existe alguna diferencia si los profesores asignan a los alumnos una tarea proyectándola, imprimiéndola, escribiendo el número de página de un libro de texto o explicándola verbalmente? (¡Resulta que sí!) Mientras los profesores presentan esta tarea, ¿importa si los alumnos están sentados o de pie en el aula? (Sí.) ¿Qué impacto tiene la hora del almuerzo en la lección? (Mucho.) Mientras los alumnos trabajan en una tarea, ¿deben utilizar cuadernos, papel milimetrado o superficies borrables? ¿En grupo o individualmente? Si están en grupo, ¿deben tener un rotulador cada uno, o solo un alumno? ¿Cuál es el tamaño óptimo de un grupo? ¿Cómo deben formarse los grupos? ¿Con qué frecuencia deben cambiar? Estas son solo algunas de los cientos de preguntas que Liljedahl y sus colegas se plantearon y comprobaron a través de decenas de miles de horas de experimentación en el aula para averiguar qué funciona y qué importa. Cuando descubrieron una técnica que producía un beneficio significativo durante dos semanas de prueba —medida por el aumento de la participación y el pensamiento de los estudiantes—, empezaron a colaborar con los profesores para perfeccionar la técnica a lo largo de varias semanas, y a continuación probaron los resultados con muchos otros profesores en una amplia gama de entornos durante períodos más largos. En este libro solo se mencionan las técnicas que produjeron un mayor pensamiento de los alumnos y que fueran transferibles a otros profesores y escuelas.

El recurso práctico y comprensible que tienes en tus manos es un enorme regalo y una guía para los profesores de matemáticas. Liljedahl ha identificado los cambios más eficaces que podemos hacer para que nuestros alumnos piensen y mantenerlos pensando durante más tiempo. Ha organizado estos cambios en un marco intuitivo para que podamos empezar tan pronto como estemos preparados y abordar cada uno de ellos por separado. Liljedahl utiliza el sentido común y las voces de los estudiantes de una forma novedosa, además del lenguaje cotidiano para describir ideas y comportamientos: cuando habla de tareas del tipo «ahora-inténtalo-tú» o de notas del tipo «yo-escribo-tú-escribes», sabemos exactamente a qué se refiere. Cada momento se basa en la realidad del aula y el camino que tenemos por delante nos parece perfectamente posible por la forma en que nos lo ha trazado. A menudo, mientras leía asentía con la cabeza, y estoy agradecida de que haya organizado y descrito sus conclusiones con tanta claridad que podamos aplicar estos cambios de forma progresiva, y en la secuencia más eficaz.

Sin embargo, progresivo no significa gradual. Aunque los cambios específicos son prácticos y manejables, pueden resultar disruptivos —esa es la idea principal—. Liljedahl argumenta convincentemente que necesitamos interrumpir los patrones arraigados de la escuela. Los alumnos llegan a nues-

tras aulas cada año, cada semana y cada día esperando el mismo guion familiar: se sientan y nosotros nos situamos al frente del aula. Les enseñamos lo que tienen que hacer en la pizarra y ellos lo copian en sus apuntes. Luego, nos imitan con ejemplos trabajados, hacen lo mismo con los problemas que les hemos puesto de deberes y, por último, en un examen puntuado con porcentajes. A lo largo de este libro aprenderemos de la lógica contraria de Liljedahl a cuestionar y sustituir cada uno de estos patrones familiares con técnicas diferentes, más efectivas y probadas en la práctica. En lugar de sentarse durante una conversación, los alumnos se ponen de pie. En lugar de tomar notas sin sentido para complacernos, toman notas que puedan ser útiles y que no olviden en el futuro. En lugar de imitar nuestros métodos, piensan juntos en nuevos problemas, y así sucesivamente. Realizamos estos cambios no por el mero hecho de cambiar, ni por razones ideológicas, sino porque estas prácticas conducen a un mayor pensamiento de los alumnos en cientos de aulas de diverso tipo. En conjunto, estas prácticas le dicen al alumno que esta clase es diferente: en esta clase se espera que piensen.

¿Por qué es importante esta idea? Porque la mayoría de nuestros estudiantes practican mucho eso que se llama «estudiar», pero no piensan mucho. A los estudiantes de aquellas comunidades que históricamente han sido excluidos de las matemáticas a menudo se les niega el acceso al pensamiento. Por la salud de nuestros estudiantes y nuestras sociedades, debemos cuestionar las normas institucionales y diseñar aulas en las que valoremos el pensamiento y el tiempo de los estudiantes, en lugar de utilizar prácticas heredadas que animan a los estudiantes a holgazanear, estancarse, imitar y fingir su paso por el sistema. En el capítulo 9, Liljedahl escribió que «el objetivo de diseñar aulas en las que se fomente el pensamiento no es encontrar tareas atractivas para que los alumnos piensen en ellas. El objetivo de este tipo de aulas es formar estudiantes comprometidos que estén dispuestos a pensar en cualquier tarea».

Dada la enormidad de los problemas a los que todos nos enfrentamos, tengo especial interés en ver cómo los profesores pueden poner en práctica las ideas y técnicas que se explican en este libro. ¿Puede haber algo más importante y urgente que enseñar a los alumnos a pensar?

Tracy Johnston Zager

*Autora de *Becoming the Math Teacher**

You Wish You'd Had: Ideas and Strategies from Vibrant Classrooms

